

Mesure de la tension de câbles à rigidité de flexion non nulle à l'aide d'un tensiomètre

Franck Cevaer, Jérôme Quirant, Nicolas Angellier, Jean-François Dubé

► To cite this version:

Franck Cevaer, Jérôme Quirant, Nicolas Angellier, Jean-François Dubé. Mesure de la tension de câbles à rigidité de flexion non nulle à l'aide d'un tensiomètre. XXVIII èmes Rencontres Universitaires de Génie Civil "Ouvrages en service et développement durable", Jun 2010, La Bourboule, France. p. 225. hal-00683571

HAL Id: hal-00683571

<https://hal-unilim.archives-ouvertes.fr/hal-00683571>

Submitted on 29 Mar 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Mesure de la tension de câbles à rigidité de flexion non nulle à l'aide d'un tensiomètre

F. Cevaër¹, J. Quirant¹, N. Angellier², J.F. Dubé¹

¹ Université Montpellier 2, Laboratoire de Mécanique et Génie Civil – 34095 Montpellier cedex 5.

² Université de Limoges, Centre Universitaire Génie Civil– 19300 Egletons.
cevaer@lmgc.univ-montp2.fr, quirant@lmgc.univ-montp2.fr,
nicolas.angellier@unilim.fr, dube@lmgc.univ-montp2.fr

RÉSUMÉ. Le contrôle et le réglage des structures de tensegrité nécessitent la mesure de la tension des câbles en place. Un modèle empirique de flexion trois points, prenant en compte l'inertie de flexion du câble, est développé pour un tensiomètre d'espacement 20 cm entre poulies. La courbe expérimentale (F, d) du tensiomètre obtenue pour le câble installé sur banc de tension permet, après régression polynomiale, l'évaluation de l'inertie de flexion du câble. Un essai au tensiomètre sur le câble installé dans la structure permet ensuite d'obtenir avec une excellente précision la tension en place. Avec une incertitude plus importante, la raideur des appuis peut aussi être évaluée.

ABSTRACT. The control and adjustment of tensegrity structures require measuring the tension of cables in the structure. An empirical three-point bending model, taking into account the inertia of bending of the cable is developed for a tensiometer of 20 cm spacing between pulleys. The experimental curve (F, d) obtained from the tensiometer for the cable installed on bench allows after polynomial regression, assessing the inertia of bending of cable. A measurement with the tensiometer installed in the structure can then get a great uncertainty with the tension up. With less precision, stiffness of support may also be evaluated.

MOTS-CLÉS: câble, tensiomètre, inertie de flexion, raideur d'appuis, identification

KEYWORDS: cable, tensiometer, inertia of bending, stiffness of support, identification

1. Introduction

L'équipe « Conception en Structures » du laboratoire de Mécanique et Génie Civil de Montpellier s'intéresse depuis de nombreuses années aux structures de tensegrité [MOT 03]. Elle développe des outils de conception et de caractérisation mécanique pour ces structures, et réalise des prototypes expérimentaux dans le but de valider les simulations numériques.

A.D. Nguyen [NGU 09] étudie dans ses travaux de thèse, le comportement mécanique et le pliage d'un anneau de tensegrité à base pentagonale. Composé de 30 câbles et de 15 barres assemblés en 15 nœuds pour constituer une structure autocontrainte (figure 1a), cet anneau est chargé verticalement sur les 5 nœuds de la nappe supérieure. Les simulations numériques (figure 1b) menées par le code de calcul éléments finis Ansys montrent une dépendance du comportement en compression de l'anneau avec le niveau d'autocontrainte (AC1 à AC4) en place.

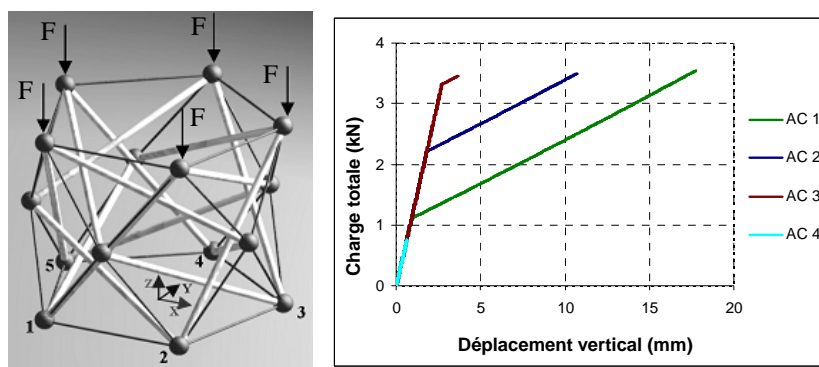


Figure 1. Description de la structure (a), et comportement théorique du module en compression (b)

Le point de transition entre les deux phases quasi-linéaires correspond au relâchement de câbles lors du chargement en compression (figure 1b). Ainsi, il apparaît que le niveau d'autocontrainte dans les éléments influe sur la rigidité globale de l'anneau. Le principe de l'autocontrainte imposant une même tension pour les câbles d'une même famille, il est donc primordial de se doter d'un outil fiable de mesure de la tension des éléments en place pour maîtriser le comportement de la structure en service.

2. Mesure de la tension de câbles à inertie nulle

Un dispositif de mesure de tension en place a été développé au sein du laboratoire [ANG 08] et appliqué à l'identification d'états d'autocontrainte dans le cas de grilles planes (figure 2).

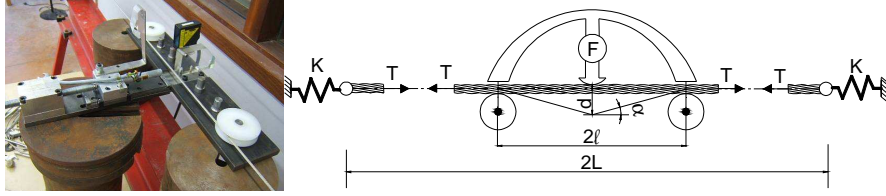


Figure 2. Tensiomètre sur banc d'étalonnage (a) et modélisation du dispositif(b)

On montre, dans le cas du câble d'inertie de flexion nulle, que la force F appliquée transversalement par le tensiomètre sur le câble et le déplacement transverse d du point d'application ($d^2 \ll \ell^2$) sont reliés par la relation analytique suivante ([ANG 08] et [NGU 09]) :

$$F = \frac{2T}{\ell} d + \frac{KK_0}{K + K_0} \frac{1}{\ell^2} d^3 \quad [1]$$

dans laquelle T est la tension du câble, ℓ le demi-espacement entre les poulies du tensiomètre, K et K_0 les rigidités axiales des appuis et du câble respectivement.

La pente à l'origine de la courbe (F, d) renseigne donc directement sur la tension en place (moyen utilisé par les tensiomètres courants du commerce), mais le terme de degré 3 informe aussi sur la rigidité K des appuis. Cependant, même si les courbes expérimentales sont du même type que celles de l'équation [1], elles présentent néanmoins des écarts inhérents à la rigidité de flexion non nulle des câbles, paramètre qui influe sur les coefficients C_1 et C_3 des termes d et d^3 respectivement (eq [2]). Il apparaît donc opportun de rechercher une relation modélisant les courbes expérimentales sous la forme déduite de l'équation précédente :

$$F = C_1 d + C_3 d^3 \quad [2]$$

$$\text{où } C_1 = \frac{2T}{\ell} [1 + g_1(I, K, T)] \text{ et } C_3 = \frac{KK_0}{K + K_0} \frac{1}{\ell^2} [1 + g_3(I, K, T)]$$

dans laquelle les 2 fonctions $g_1(I, K, T)$ et $g_3(I, K, T)$ sont des fonctions correctives qui doivent tendre vers 0 quand l'inertie I tend vers 0. Pour identifier les fonctions $g_1(I, K, T)$ et $g_3(I, K, T)$, une modélisation numérique par éléments finis sous Ansys du système câble-tensiomètre est entreprise (résolution en non linéaire géométrique).

3. Modélisation numérique avec ANSYS

Le modèle est basé sur les caractéristiques du câble utilisé sur l'anneau de tenségrité introduit précédemment. L'inertie initiale I_0 est évaluée à partir de la propriété de la section droite du câble (Figure 3 et Tableau 1).

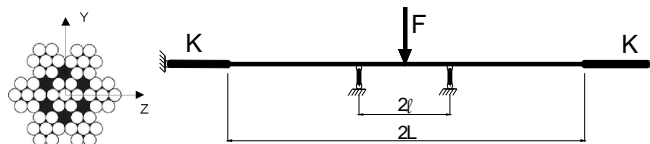


Figure 3. Section droite des câbles (a) et modèle numérique (b)

Le câble est modélisé sous Ansys par des éléments poutre BEAM3 de longueur 5 mm entre les poulies du tensiomètre et de 10 mm pour le reste. Les appuis de rigidité K fixée sont matérialisés par deux éléments “poutre” reliés aux extrémités du câble. On fait varier la raideur des appuis de 10^8 N/mm (infinie) à 100 N/mm (très souple), l’inertie du câble de la valeur I_0 jusqu’à $I = I_0/50$, et la tension initiale de 250 N à 1250 N. Une centaine de courbes sont ainsi générées.

Section pleine S	$3,85 \text{ mm}^2$
Inertie I_0	$1,67 \text{ mm}^4$
Module d’Young E	100 000 MPa
Demi-longueur L	660 mm
Rigidité $K_0 = ES/L$	583 N/mm
Demi-espacement ℓ entre poulies	100 mm

Tableau 1. Propriétés mécaniques et géométriques du câble

Pour chaque triplet (I, K, T) , la simulation numérique montre systématiquement une courbe (F, d) parfaitement corrélée avec l’équation [2], de laquelle on déduit les coefficients g_1 et g_3 .

La figure 4 montre l’invariance de la fonction $g_1(I, K, T)$ avec la rigidité équivalente $K_e = K_0 K / (K_0 + K)$, donc la rigidité K des appuis et la longueur du câble ausculté n’influent pas sur la fonction g_1 .

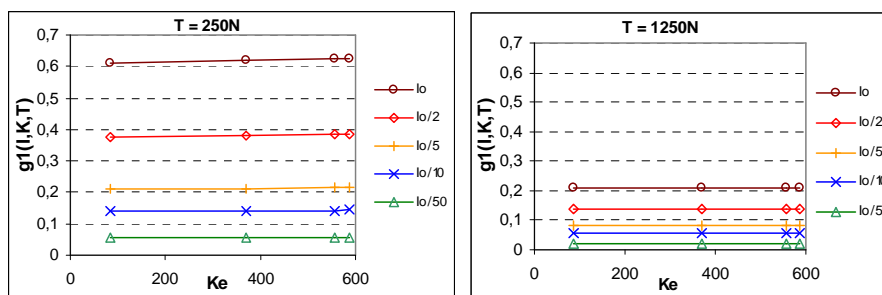


Figure 4. Variations de $g_1(I, K, T)$ avec K_e selon I , pour $T=250 \text{ N}$ et $T=1250 \text{ N}$

Les variations $g_1(I, T)$, présentées sur la figure 5, montrent une dépendance de g_1 avec I et T selon une loi puissance.

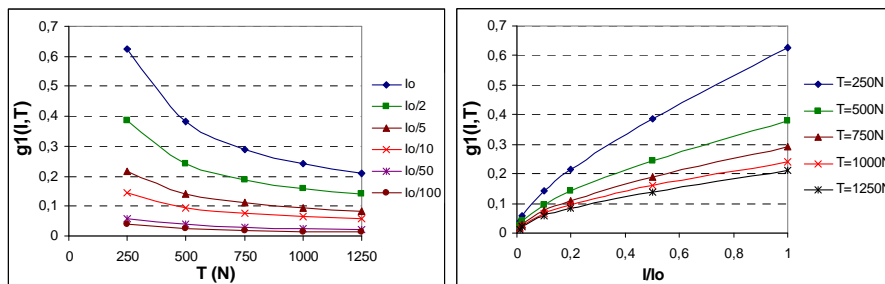


Figure 5. Variations de $g_1(I,T)$ avec T et l

La fonction $g_3(I,K,T)$, présentée sur la figure 6, décroît avec l'augmentation de T sauf si la rigidité K des appuis est faible (inférieure à celle du câble).

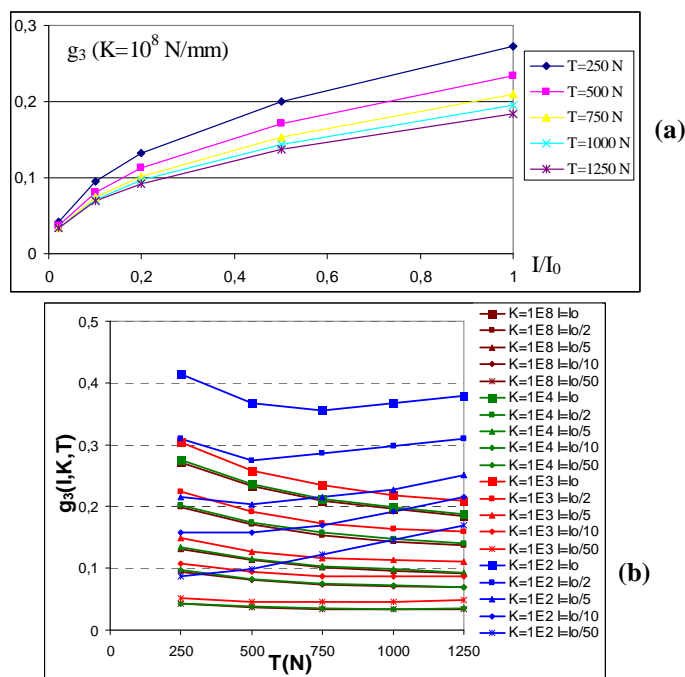


Figure 6. Variations de $g_3(I,K,T)$ avec l selon T pour $K=10^8$ N/mm (a) et avec T selon les paramètres K et l (b)

4. Modélisation empirique

4.1. Recherche de $g_1^{mod}(I,T)$ modélisant les variations de $g_1(I,T)$

L'évolution de g_1 selon les paramètres l et T amène à modéliser cette fonction par l'équation [3] :

$$g_1^{\text{mod}}(I, T) = \gamma(I/I_0)^\alpha / T^\beta \quad [3]$$

dans laquelle les termes α , β et γ sont déterminés par minimisation des écarts du logarithme de cette fonction au logarithme des valeurs expérimentales de g_1 . Dans le souci d'écrire un modèle adimensionnel nous obtenons l'expression de g_1^{mod} :

$$g_1^{\text{mod}} = 0,0072 \left(\frac{I \text{ ES}}{I_0 T} \right)^{0,6} \quad [4]$$

Le tableau 2 montre les écarts de cette fonction avec les valeurs numériques :

I/I_0	T=250 N	T=500 N	T=750 N	T=1000 N	T=1250 N
1	5,1%	-2,4%	-5,1%	-6,1%	-6,6%
0,5	-1,4%	-5,8%	-6,5%	-6,4%	-6,0%
0,2	-4,9%	-5,5%	-4,6%	-3,6%	-2,6%
0,1	-4,3%	-3,2%	-1,7%	-0,5%	0,4%
0,02	1,9%	3,0%	3,2%	2,6%	1,5%

Tableau 2. Ecarts relatifs de g_1^{mod} avec g_1 selon les valeurs de I/I_0 et T

Si ces écarts sont faibles, il convient néanmoins d'observer les écarts relatifs aux coefficients C_1^{mod} déduits de [2] et [4] avec les valeurs de C_1 déduites de l'étude numérique. Ces paramètres permettent d'obtenir la précision de la tension en place.

I/I_0	T=250 N	T=500 N	T=750 N	T=1000 N	T=1250 N
1	1,94%	-0,66%	-1,15%	-1,19%	-1,14%
0,5	-0,40%	-1,12%	-1,03%	-0,87%	-0,73%
0,2	-0,86%	-0,68%	-0,46%	-0,31%	-0,20%
0,1	-0,53%	-0,27%	-0,12%	-0,03%	0,02%
0,02	0,10%	0,11%	0,09%	0,06%	0,03%

Tableau 3. Ecarts relatifs de C_1^{mod} avec C_1 selon les valeurs de I/I_0 et T

Les écarts observés inférieurs à 2% en valeur absolue valident donc la modélisation empirique du coefficient C_1 pour les caractéristiques du câble et du tensiomètre définies par le tableau 1.

L'expression de g_1^{mod} définie par [4], montre que l'inertie de flexion a d'autant plus d'importance dans la recherche de la tension en place, que cette tension est faible. On vérifie bien sûr que le terme C_1 de [2] tend vers 0 quand T tend vers 0.

4.2. Recherche de $g_3^{\text{mod}}(I, K, T)$ modélisant les variations de $g_3(I, K, T)$

Les variations similaires de la fonction g_3 avec I/I_0 , pour les différentes valeurs de la rigidité K des appuis et de la tension T du câble, amènent à proposer l'expression :

$$g_3^{\text{mod}}(I, K, T) = (I / I_0)^{0,45} [a_0 + a_1 K_e] \quad [5]$$

dont les coefficients a_0 et a_1 sont exprimés linéairement avec la tension T . La fonction correctrice modélisée g_3^{mod} prend alors une forme donnée par l'éq. [6].

$$g_3^{\text{mod}}(I, K, T) = (I / I_0)^{0,45} \left[0,308 + 71,2 \frac{T}{ES} - \frac{K_e}{K_0} \left(0,105 + 98,3 \frac{T}{ES} \right) \right] \quad [6]$$

Les écarts relatifs de C_3^{mod} avec C_3 selon les valeurs des paramètres I , T et K , sont présentés dans le tableau 4. Ils sont inférieurs en valeur absolue à 7,5% et peuvent être considérés comme satisfaisants.

	I/I_0	$T=250$ N	$T=500$ N	$T=750$ N	$T=1000$ N	$T=1250$ N
$K=10^8$ N/mm	1	-6,7%	-5,2%	-4,7%	-5,0%	-5,5%
	0,5	-5,3%	-4,0%	-3,6%	-3,9%	-4,4%
	0,2	-3,7%	-2,8%	-2,5%	-2,8%	-3,1%
	0,1	-2,6%	-1,9%	-1,9%	-2,1%	-2,5%
	0,02	-1,0%	-0,8%	-0,7%	-1,0%	-1,3%
$K=10^4$ N/mm	1	-6,3%	-4,4%	-3,6%	-3,6%	-3,8%
	0,5	-4,9%	-3,4%	-2,9%	-2,8%	-3,1%
	0,2	-3,5%	-2,4%	-2,0%	-2,1%	-2,2%
	0,1	-2,5%	-1,6%	-1,4%	-1,5%	-1,8%
	0,02	-0,9%	-0,6%	-0,7%	-0,7%	-1,1%
$K=10^3$ N/mm	1	-4,2%	-0,2%	2,3%	4,2%	5,5%
	0,5	-3,4%	-0,3%	1,7%	2,8%	3,8%
	0,2	-2,4%	-0,2%	1,0%	1,6%	2,1%
	0,1	-1,8%	-0,3%	0,6%	0,9%	1,1%
	0,02	-0,8%	-0,2%	-0,1%	0,0%	-0,1%
$K=10^2$ N/mm	1	-5,9%	0,1%	3,7%	5,6%	7,4%
	0,5	-5,1%	-0,3%	0,9%	2,1%	3,3%
	0,2	-4,6%	-2,1%	-1,5%	-1,0%	-1,4%
	0,1	-3,4%	-2,3%	-2,1%	-2,9%	-3,7%
	0,02	-2,8%	-3,2%	-4,7%	-6,1%	-7,4%

Tableau 4. Ecarts relatifs de C_3^{mod} avec C_3 selon les valeurs de I/I_0 , K et T

5. Exploitation du modèle

5.1. Procédure expérimentale

Pour déterminer la tension en place d'un câble et la rigidité des appuis à partir d'un essai au tensiomètre, il est nécessaire de connaître l'inertie de flexion du câble. Un essai préalable sur banc, avec mesure de la tension, permet d'évaluer cette inertie par le calcul du coefficient C_1 .

Pour chaque courbe (F, d) exploitée, les coefficients C_1 et C_3 caractéristiques (eq. [2]) sont évalués par régression polynomiale. La modélisation présentée ici par les équations [4] et [6] permet alors de calculer I/I_0 connaissant T (essai sur banc de tension) ou bien de calculer T et K connaissant le rapport I/I_0 (essai sur la structure).

	Connus	Évalués	Calculés
Sur banc de tension	T	C_1 (voire C_3)	I/I_0 (K_{banc})
Sur la structure	I/I_0	C_1 et C_3	T et K

Tableau 5. Exploitation du modèle en 2 étapes

5.2. Qualification de la procédure à partir des courbes Ansys

Le modèle empirique est testé sur les courbes obtenues par simulation numérique. Pour une raideur d'appuis fixée $K=10^4$ N/mm, le graphe de la figure 7 présente les courbes (F, d) pour des tensions variant de 250 N à 1250 N et pour un câble de rapport d'inertie de 0,5.

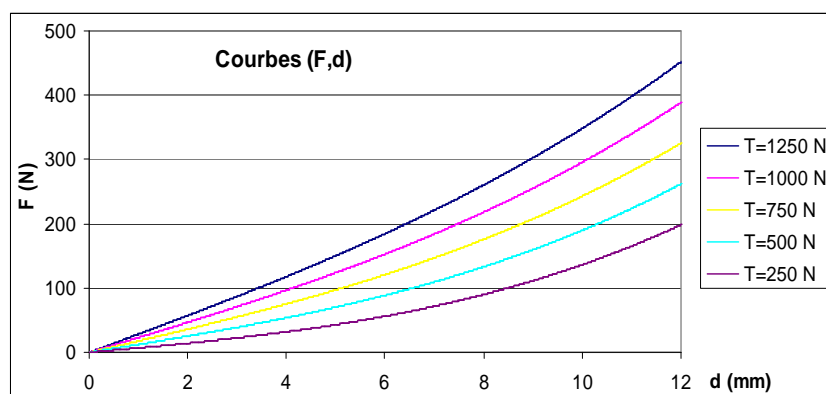


Figure 7. Simulations numériques pour $K=10^4$ N/mm et $I/I_0=0,5$

Après régression polynomiale puis calcul des différents termes, nous déduisons les valeurs de I/I_0 (Tableau 6) qui permettent de déterminer la valeur moyenne utilisée pour l'évaluation de T et K sur toute autre courbe.

	I/I_0
T=1250 N	0,45
T=1000 N	0,45
T=750 N	0,47
T=500 N	0,42
T=250 N	0,41

Tableau 6. Evaluation de l'inertie de flexion par le modèle présenté

Le tableau 7 montre les tensions évaluées à partir des simulations numériques réalisées avec une raideur $K = 100 \text{ N/mm}$ et pour différentes tensions imposées.

Simulations avec $I/I_0 = 0,5$ et $K = 100 \text{ N/mm}$	T (N) calculé avec $I/I_0 = 0,44$	K (N/mm) calculé avec $I/I_0 = 0,44$
T = 1250 N	1253	$1,01 \cdot 10^2$
T = 1000 N	1002	$1,01 \cdot 10^2$
T = 750 N	752	$1,02 \cdot 10^2$
T = 500 N	502	$1,04 \cdot 10^2$
T = 250 N	254	$1,07 \cdot 10^2$

Tableau 7. Evaluations de T et K par le modèle présenté

Les résultats obtenus sont assez fidèles, ce qui montre une bonne adéquation entre le modèle et les simulations. En outre, l'erreur de 10% sur l'évaluation de l'inertie n'a qu'un impact modéré sur les estimations de T et K .

5.3. Essais sur banc de tension

La tension du câble en place sur le banc de tension est mesurée par un dynamomètre ; le tensiomètre fournit la courbe (F, d) avec laquelle notre modèle peut évaluer le rapport I/I_0 du câble et la rigidité des appuis du banc.

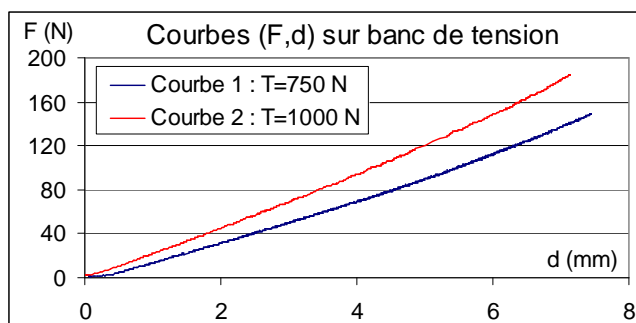


Figure 8. Evolutions expérimentales des courbes (F, d) sur banc de tension

Comme précédemment, l'inertie est évaluée sur deux cas test (Tableau 8). La tension T et la rigidité K des appuis, recalculés à partir du modèle présenté, sont comparés avec le modèle à inertie nulle défini par l'équation [1] (Tableau 9).

Sur banc de tension	I/I_0
Courbe 1 : T = 750 N	0,35
Courbe 2 : T = 1000 N	0,28

Tableau 8. Evaluation de l'inertie de flexion sur les courbes expérimentales

Les résultats montrent la nécessité de prendre en compte l'inertie du câble sous peine de surestimer fortement la tension dans le cas du modèle à inertie nulle. Les valeurs de K en deviennent même numériquement aberrantes (négatives ici) lorsque la raideur équivalente ne peut intégrer la rigidité de flexion du câble.

$I/I_0 = 0,32$; sur banc	Modèle présenté		Modèle à inertie nulle	
	T (N)	K (N/mm)	T (N)	K (N/mm)
Courbe 1	757	$7,5 \cdot 10^3$	871	$-2,6 \cdot 10^7$
Courbe 2	992	$9,2 \cdot 10^3$	1120	$-2,2 \cdot 10^7$

Tableau 9. Evaluations de T et K par le modèle présenté et celui à inertie nulle

Dans le cas du modèle présenté, les tensions sont correctement évaluées (écarts inférieurs à 1%), mais l'évaluation de la raideur K des appuis fluctue quelque peu d'une courbe à l'autre en raison de la forte sensibilité de ce paramètre à la régression polynomiale effectuée. L'obtention de courbes expérimentales exemptes de perturbations parasites (frottements, jeux,...) est donc une condition majeure à l'utilisation de ce modèle.

6. Conclusion

L'élaboration d'un modèle empirique de flexion trois points sur un câble a permis de développer un dispositif de mesure déterminant, avec prise en compte de l'inertie de flexion, la tension du câble en place mais aussi la raideur des points d'accrochage. Des simulations numériques EF ont complété des essais sur banc et montrent la pertinence de la démarche proposée. En effet, pour des câbles de diamètre supérieur à 2mm les effets d'inertie ne sont plus négligeables. Les identifications réalisées avec ce modèle empirique donnent la tension dans les câbles avec une très bonne précision. Le développement de cet outil, qui doit permettre le réglage et le contrôle de structures à câbles, est à poursuivre en intégrant la prise en compte de longueurs variables de câble équipant couramment les systèmes de tenségrité.

7. Bibliographie

- [ANG 08] ANGELLIER N., Etat d'autocontrainte des grilles de tenségrité. Vers l'identification sous sollicitation naturelle, Thèse de doctorat en Génie Civil, Université Montpellier 2, 2008.
- [MOT 03] MOTRO R., *Tensegrity*, Kogan Page Science, 2003.
- [NGU 09] NGUYEN A.D., Etude du comportement mécanique et du pliage d'un anneau de tenségrité à base pentagonale, Thèse de doctorat en Génie Civil, Université Montpellier 2, 2009.